INTRODUCCION A LA TEORIA DE LA CORRIENTE ALTERNA

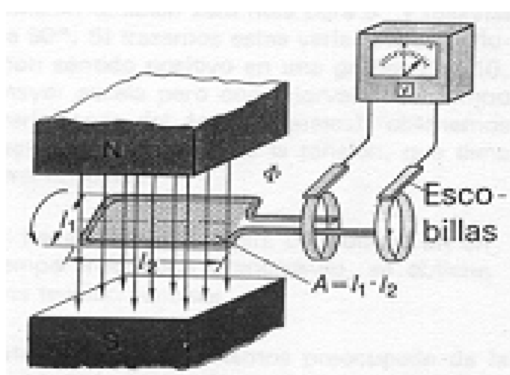
El suministro de energía eléctrica a las viviendas e industrias se realiza mediante corriente alterna, pues es fácil de generar y de transportar a grandes distancias. La corriente alterna desempeña un papel fundamental en las técnicas energéticas, en el funcionamiento de máquinas eléctricas vitales para el desarrollo productivo como lo son motores y transformadores y también en sistemas de telecomunicaciones.

GENERACION DE UNA FEM ALTERNA SINUSOIDAL

El generador eléctrico es la máquina que se emplea para suministrar casi toda la energía eléctrica que empleamos actualmente. Este transforma la energía mecánica en energía eléctrica.

Las tensiones alternas sinusoidales se obtienen de los generadores. Para ello se hacen rotar los bobinados en un campo magnético. La tensión en los generadores se obtiene por ***inducción electromagnética.***

Cualquier generador por complicado que sea puede representarse simplificadamente por una espira que gira con velocidad constante en un campo magnético uniforme. Se accede a la tensión inducida mediante dos escobillas de contacto como muestra la figura.



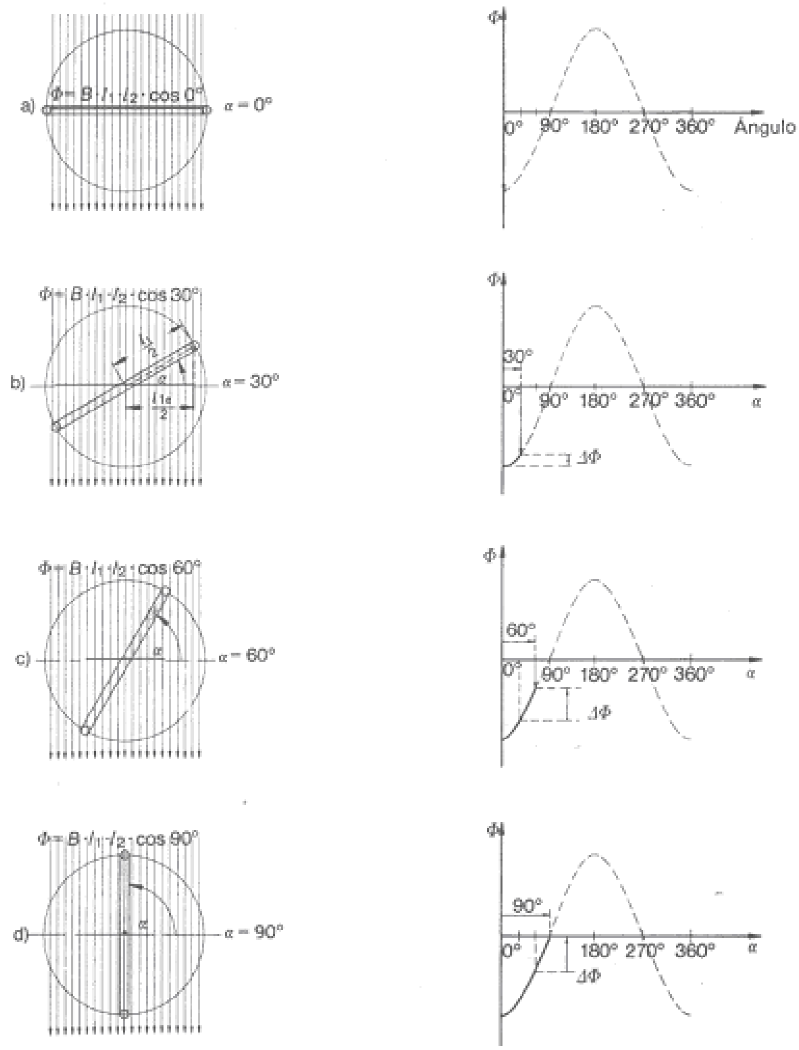
ESQUEMA BASICO DE UN
GENERADOR

A continuación se analiza la aparición de la tensión en la espira. Para ello primero se representa graficamente el flujo magnético que atraviesa la espira. La ecuación del flujo magnético es:

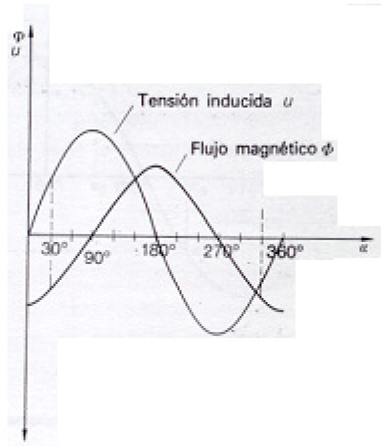
$$\boxed{\phi = B\ A \cos \alpha}$$

Donde: B = Inducción magnética
A = Area de la espira. Del esquema del generador se observa que $A = l_1\ l_2$
α = Angulo formado entre el plano de la espira y la inducción B

Observe que a medida que cambia el ángulo α (con el giro de la espira) el flujo va cambiando describiendo una onda sinusoidal, como se indica en el siguiente esquema:



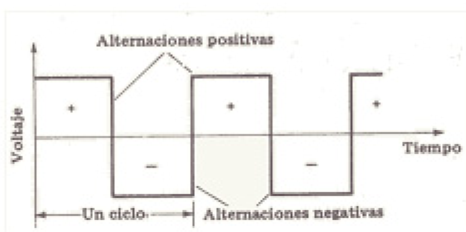
De acuerdo a la Ley de Faraday, la tensión inducida en la espira es la variación del flujo en un determinado tiempo. Por lo tanto si el flujo cambia según un comportamiento sinusoidal, la tensión inducida en la espira cambiará en la misma forma.



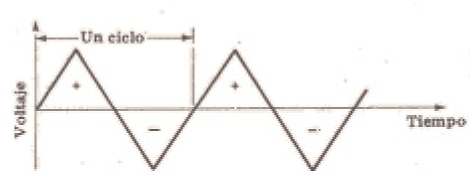
SEÑALES PERIODICAS

Una señal periódica es aquella que se repite exactamente igual a intervalos regulares de tiempo. La señal sinusoidal (como lo es la tensión producida por un generador) es un ejemplo de una señal periódica. También lo son las señales que se muestran a continuación:

DIFERENTES TIPOS DE SEÑALES PERIODICAS

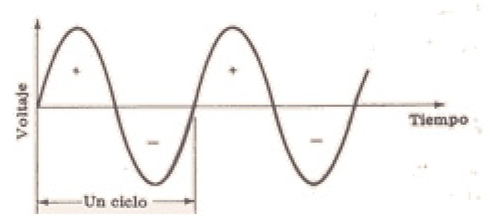


SEÑAL RECTANGULAR



SEÑAL TRIANGULAR

SEÑAL TIPO DIENTE DE SIERRA



SEÑAL SINUSOIDAL

NOMENCLATURA DE LAS SEÑALES PERIODICAS

La nomenclatura de las señales periódicas se indica a continuación:

Ciclo: Es el conjunto completo de valores de una señal periódica

Frecuencia: La frecuencia (f) es el número de ciclos que hay en un segundo. La frecuencia se mide en ciclos/ seg o en Hertz (Hz).

Periodo: El periodo (T) es el tiempo que tarda en producirse un ciclo. El periodo se expresa generalmente en segundos y es el recíproco de la frecuencia.

$$\boxed{T = 1/f}$$

Alternancia: Se denomina así a los medios ciclos positivos y negativos que tienen alternadamente valores positivos y negativos. Por ejemplo, la señal diente de sierra (ver graficas de señales periódicas) es periódica pero no tiene alternancia, en cambio las demás si la tienen.

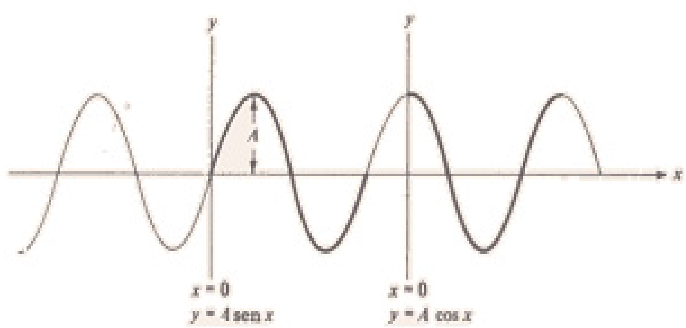
ECUACION DE ONDA PARA CORRIENTES Y VOLTAJES SINUSOIDALES

Una función sinusoidal tiene una expresión matemática como la siguiente:

$$y(x) = A \text{ sen } x \quad \text{ó} \quad y(x) = A \cos x$$

donde A es el valor máximo o amplitud y la variable x puede estar expresada en grados o radianes.

La selección de una u otra función dependerá del punto de abscisa cero de la onda. La función seno se utiliza si la onda tiene su valor cero en x= 0 y la función coseno se utiliza si la onda tiene su valor máximo en x = 0.



Si se quiere representar matemáticamente un voltaje o una corriente sinusoidal se puede escribir la siguiente ecuación:

$v(\alpha) = V_{max}\ \text{sen}\ \alpha$ (voltaje sinusoidal de amplitud V_{max})

$i(\alpha) = I_{max}\ \text{sen}\ \alpha$ (corriente sinusoidal de amplitud I_{max})

Sin embargo, aunque las expresiones anteriores representan un voltaje y una corriente sinusoidales en función del ángulo α, las señales eléctricas requieren que se las exprese en función del tiempo t, y no en función de un ángulo α. Por tal razón debe hacerse una conversión de ángulo a tiempo. La relación es la siguiente:

$$\boxed{\alpha = \omega t}$$

Donde: α = ángulo en radianes
t = tiempo en segundos
ω = frecuencia angular en radianes/ seg.

La ***frecuencia angular*** ω se relaciona con la frecuencia y el período mediante las siguientes ecuaciones:

$$\boxed{\omega = 2\pi f} \qquad \boxed{\omega = 2\pi / T}$$

Tomando en cuenta lo anterior, una señal de voltaje (o corriente) sinusoidal se puede representar por una expresión matemática como la siguiente, que recibe el nombre de ***ecuación de onda***:

$$\boxed{V(t) = V_{max}\ \text{sen}\ (\omega t)} \quad \text{ó} \quad \boxed{I(t) = I_{max}\ \text{sen}\ (\omega t)}$$

Donde: v = valor instantáneo del voltaje (v)
i = valor instantáneo de la corriente (A)
V_{max} = valor máximo o amplitud del voltaje v(t)
I_{max} = valor máximo o amplitud de la corriente I(t)
ω = frecuencia angular (rad/seg)
t = tiempo (seg)

Ejemplo:
Un voltaje sinusoidal está expresado matemáticamente por la siguiente ecuación de onda:

$$v(t) = 20 \text{ sen } (314 \text{ } t)$$

Determinar: a) Amplitud b) frecuencia angular c) frecuencia d) periodo e) valor instantáneo del voltaje para un tiempo t = 0,5 seg.

Solución:

a) Directamente de la ecuación de onda se obtiene la amplitud o valor máximo: $V_{max} = 20$ v
b) Directamente de la ecuación de onda se obtiene la frecuencia angular: $\omega = 314$ rad/seg
c) La frecuencia se obtiene de la ecuación:

$$f = \omega / 2\pi$$

$$f = 314 / (2 \bullet 3{,}14) = 50 \text{ Hz}$$

d) El periodo se obtiene de la ecuación:

$$T = 1/ f$$

$$T = 1/ 50 = 0{,}02 \text{ seg}$$

e) Para obtener el valor instantáneo, se debe evaluar la función para el tiempo dado:

$$v(t = 0{,}5) = 20 \text{ sen } (314 \bullet 0{,}5) = 20 \text{ sen } (157_{RAD})$$

Cabe hacer notar que el argumento del seno está en radianes, por lo tanto es conveniente convertirlo a grados y luego aplicar la función seno. El factor de conversión es el siguiente:

$$\boxed{1_{rad} = 57{,}3^\circ}$$

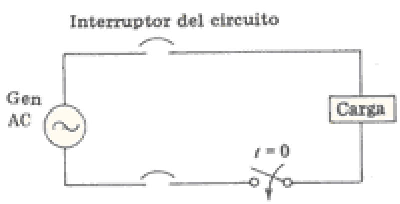
Por lo tanto la expresión queda:

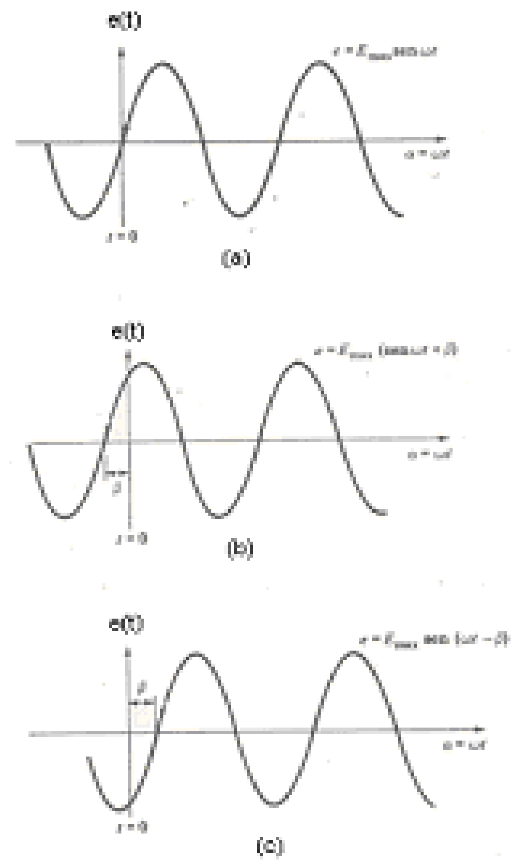
$$v(t = 0{,}5) = 20 \text{ sen } (157 \bullet 57{,}3) = 20 \text{ sen } (8996{,}1^\circ) = 20 \bullet (- 0{,}068) = - 1{,}36 \text{ v}$$

ANGULO DE FASE INICIAL

Las ondas de voltaje o corriente sinusoidales son señales que no se detienen después de completar un ciclo, sino que continúan repitiéndose mientras el generador esté funcionando. Por lo tanto, cuando el interruptor se cierra (como se muestra en la siguiente figura), para conectar el generador a la carga, el valor de la onda de voltaje que se aplica depende del valor instantáneo de la señal de voltaje en el momento que se cierra del interruptor. Este instante se toma como tiempo cero y el tiempo transcurrido se mide a partir de este momento.

A continuación se muestra el tiempo cero para tres puntos diferentes de la misma onda de voltaje, indicándose las ecuaciones correspondientes.





Ecuación curva a: $e(t) = E_{m\,ax}$ sen ω t

Ecuación curva b: $e(t) = E_{m\,ax}$ sen (ω t + β)

Ecuación curva c: $e(t) = E_{m\,ax}$ sen (ω t – β)

Las tres ecuaciones indicadas difieren en el ángulo β (beta) que es el ángulo de desplazamiento con respecto al valor cero de la onda. Este ángulo recibe el nombre de ***ángulo de fase inicial o fase*** de la onda.
Si el desplazamiento es hacia la izquierda el ángulo de fase inicial es positivo; si el desplazamiento es hacia la derecha el ángulo de fase inicial es negativo y si no hay desplazamiento la fase es cero y no se indica en la ecuación.

Ejemplo:
La ecuación de onda de una corriente sinusoidal viene dada por:

$$i(t) = 2 \text{ sen } (377 t + 60°)$$

Determinar: a) Amplitud, b) Angulo de fase inicial, c) frecuencia angular, d) frecuencia, e) periodo, f) valor instantáneo de la corriente para un tiempo t = 0,05 seg

Solución:

a) Directamente de la ecuación se obtiene la amplitud o valor máximo: $I_m = 2$ A
b) Directamente de la ecuación se obtiene el ángulo de fase: $\beta = 60°$
c) Directamente de la ecuación se obtiene la frecuencia angular: $\omega = 377$ rad/seg
d) La frecuencia viene dada por la siguiente expresión:

$$f = \omega / 2\pi$$

$$f = 377/ (2 \bullet 3{,}14) = 60 \text{ Hz}$$

e) El periodo viene dado por la siguiente expresión:

$$T = 1/ f = 1/ 60 = 0{,}016 \text{ seg}$$

f) El valor instantáneo se obtiene evaluando la función para el tiempo dado:

$$i(t=0{,}05)= 2 \text{ sen } [(377 \bullet 0{,}05)_{RAD} + 60°]$$

Cabe hacer notar que el producto (377 • 0,05) está en radianes y el ángulo de fase está en grados. Por lo tanto antes de sumar se debe hacer una conversión de unidades, por ejemplo, de radianes a grados, quedando la expresión como sigue:

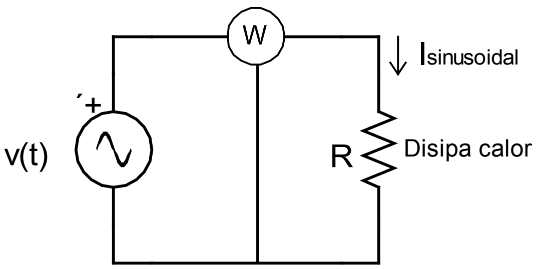
$$i(t=0{,}05) = 2 \text{ sen } [\{(377 \bullet 0{,}05) \bullet 57{,}3\}° + 60°]$$

$$i(t=0{,}05) = 2 \text{ sen } [1080{,}1° + 60°] = 2 \text{ sen } [1140{,}1°] = 1{,}73 \text{ A}$$

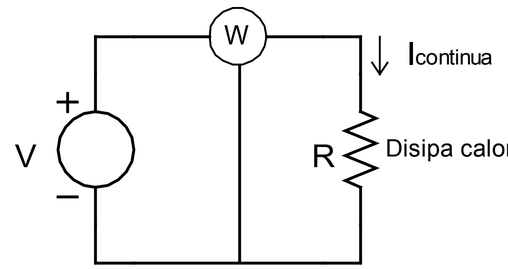
VALOR EFICAZ , EFECTIVO O RMS DE UN VOLTAJE O CORRIENTE SINUSOIDAL

Una batería o un generador de corriente continua (CC) entrega energía constante a una resistencia, en cambio un generador sinusoidal entrega una energía pulsante a la resistencia. Por lo tanto una corriente sinusoidal de valor máximo I_m al circular por una resistencia generará menos calor en un tiempo dado que si por esta misma resistencia circulara una corriente continua de valor constante I_m . Debido a esto, cuando se determina la eficacia de la energía entregada por una corriente periódica, se toma como referencia el equivalente continuo de la señal.
Al equivalente continuo de una señal periódica de voltaje o corriente se le llama ***valor eficaz, valor efectivo o valor rms de la señal.***

Para entender mejor el significado del valor eficaz supónganse dos circuitos, cada uno con igual resistencia, una conectada a un generador alterno sinusoidal y la otra conectada a un generador de CC.



CIRCUITO (a)



CIRCUITO (b)

Para medir la potencia promedio de cada circuito se utilizan vatímetros. Si el voltaje del generador de cada circuito se ajusta de forma tal que la potencia promedio disipada por cada resistencia sea la misma, entonces la intensidad de corriente continua que circula por el circuito (b) será igual al valor efectivo de la corriente sinusoidal que circula por el circuito (a).

El valor eficaz o valor rms se obtiene calculando la raíz cuadrática media en un ciclo de la señal. Si la señal es sinusoidal entonces el valor eficaz es igual al valor máximo dividido por la raíz de dos.

$$\boxed{I_{ef} = I_m / \sqrt{2}} \qquad \boxed{V_{ef} = V_m / \sqrt{2}}$$

Es valor efectivo o eficaz es importante pues todos los instrumentos de corriente alterna (voltímetros, amperímetros y vatímetros) miden valore eficaces. Los datos de placa de los equipos eléctricos (motores, generadores, transformadores) también están dados en valore eficaces.

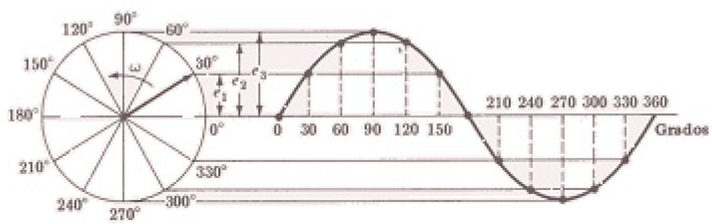
REPRESENTACION FASORIAL DE SEÑALES SINUSOIDALES

Para simplificar el cálculo matemático (suma, resta, multiplicación y división) con variables sinusoidales que tengan la misma frecuencia, como el voltaje y la corriente en circuitos alimentados por generadores alternos sinusoidales, es conveniente trabajar con la forma o expresión fasorial de estas variables.

CONCEPTO DE FASOR

Un fasor es un vector que gira alrededor del origen, en sentido contrario a las manecillas del reloj, a una frecuencia angular constante ω medida en radianes por segundos (rad/seg). El módulo de este vector representa en valor máximo de la onda.

Cualquier onda sinusoidal puede ser generada a partir del giro de un fasor como se muestra en el siguiente diagrama:



GENERACION DE UN VOLTAJE SINUSOIDAL POR ROTACION DE UN FASOR DE VOLTAJE

En la figura se muestra como el giro del fasor define una onda de voltaje sinusoidal. Los valores instantáneos del voltaje generado (e_1, e_2 , e_3) se representan por la proyección del fasor sobre el eje vertical, si se trata de una función seno, o por la proyección del fasor sobre el eje horizontal si se trata de una función coseno.
En el caso particular de la figura, la onda de voltaje está representada por:

$$e(t) = E_{max} \text{ sen } \omega t$$

Así, por ejemplo, para un ángulo de 30° el valor instantáneo del voltaje es $e_{1,}$ para un ángulo de 60° el valor instantáneo del voltaje es $e_{2,}$ para 90° el valor instantáneo es $e_{3,}$ etc. No perder de vista que cada ángulo α está asociado a un tiempo determinado mediante la relación: $\alpha = \omega t$.

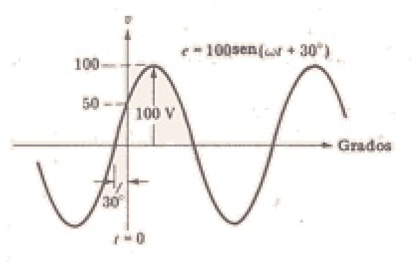
De esta forma una onda de voltaje, representada por una función seno, (caso particular del ejemplo mostrado) puede ser expresada por un fasor girando a la frecuencia ω. Así, ***un fasor representa la onda de voltaje (o de corriente) para cualquier instante de tiempo***.

NOTACION MATEMATICA DE UN FASOR

Analicemos el siguiente caso, una onda de voltaje dada por la siguiente expresión en tiempo:

$$e = 100 \text{ sen } (\omega t + 30°)$$

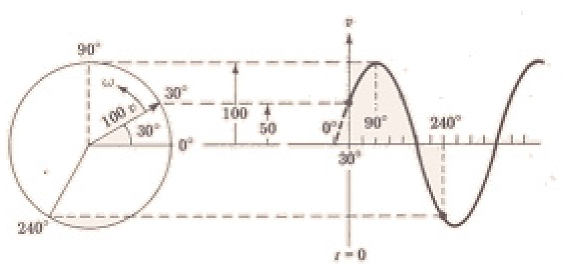
La representación gráfica de la señal es la siguiente:



El fasor voltaje, para un tiempo t = 0, estará ubicado a un ángulo de 30° y la proyección de este fasor sobre el eje vertical, indicará el valor instantáneo del voltaje para el tiempo t = 0, o sea:

$$e (t = 0) = 100 \text{ sen } (\omega 0 + 30°) = 100 \text{ sen } 30° = 50 \text{ v}$$

En el siguiente esquema se aprecia esta condición:



Para la representación matemática de este fasor se considera el fasor "congelado" en el tiempo t = 0 y se representa de la siguiente forma:

$$\mathbf{E} = 100 \angle 30°$$

Esta representación fasorial se conoce como ***forma polar*** y consta de un módulo (100 v) y un ángulo (30°).

En general , cuando todos los voltajes y corrientes sinusoidales de un circuito dado son de igual frecuencia, la frecuencia angular de cada fasor es la misma. Bajo tales condiciones, los fasores del sistema están fijos en sus posiciones relativas del uno con respecto al otro cuando giran alrededor del origen, y así, este giro puede depreciarse. Por lo tanto, para propósitos de cálculo y análisis todos los fasores están "congelados" en sus posiciones de tiempo cero. La expresión matemática utilizada para representar a estos fasores es (en forma polar):

$$\boxed{\mathbf{E} = E_{max} \angle \beta°} \qquad \boxed{\mathbf{I} = I_{max} \angle \beta°}$$

Donde: E_{max} = valor máximo de la onda de voltaje. Representa el módulo del fasor
I_{max} = valor máximo de la onda de corriente. Representa el módulo del fasor.
β = ángulo de fase inicial de la señal (voltaje o corriente)

Ejemplo:
Dadas las siguientes señales, representarlas en forma fasorial usando la notación polar:

a) $e_1(t) = 68$ sen $(314\ t + 70°)$
b) $i(t) = 1{,}5$ sen $(314\ t + \pi/4)$
c) $e_2\ (t) = 20$ sen $(314\ t)$

Solución:

a) $\mathbf{E_1} = 68 \angle 70°$ (v)
b) Previamente se hace la conversión de unidades de radianes a grados, ya que la magnitud $\pi/4$ está en radianes: $\pi/4\ _{rad} = 45°$. Por lo tanto el fasor queda:
$$\mathbf{I} = 1{,}5 \angle 45° \text{ (A)}$$
c) $\mathbf{E_2} = 20 \angle 0°$ (v)

REPRESENTACION GRAFICA DE UN FASOR: DIAGRAMA FASORIAL

La Forma polar de un fasor permite su representación gráfica. Para ello se fija una referencia de cero grados. Respecto a esta referencia se mide el ángulo de fase inicial del fasor. Se acostumbra hacer coincidir los cero grados con una línea horizontal. El ángulo del fasor se considera positivo cuando se miden en sentido antihorario y se considera negativo si se mide en sentido horario.

Sea por ejemplo un voltaje dado por la siguiente expresión:

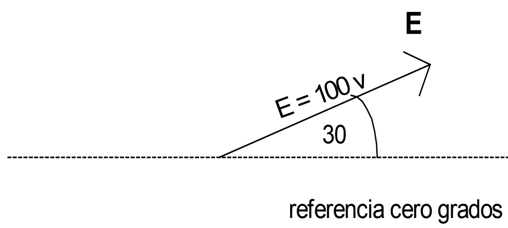
$$e(t) = 100 \text{ sen } (314\ t + 30°)$$

El fasor voltaje, en forma polar será:

$$\mathbf{E} = 100 \angle 30°$$

Y su representación gráfica será un vector en el origen de módulo 100 v ubicado a un ángulo de 30° como se muestra en el siguiente diagrama:

DIAGRAMA FASORIAL

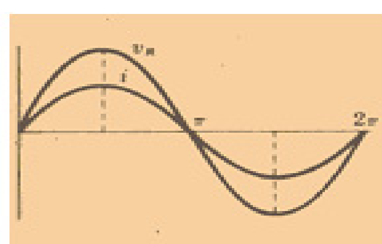


SEÑALES ELECTRICAS EN FASE Y DESFASADAS

En un circuito eléctrico se pueden medir y calcular distintos voltajes y corrientes los que pueden estar en fase y desfasadas. Dos señales están ***en fase*** si sus ángulos de fase inicial son iguales y dos señales están ***desfasadas*** si sus ángulos de fase inicial son diferentes. El ángulo de desfasaje entre dos señales desfasadas es el ángulo relativo que existe entre ambas.

En los siguientes esquemas se representan señales en fase y señales desfasadas (representadas en un diagrama fasorial y en una gráfica en el dominio del tiempo) con un ángulo de desfasaje θ entre ellas.

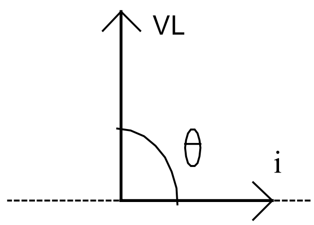
SEÑALES EN FASE:

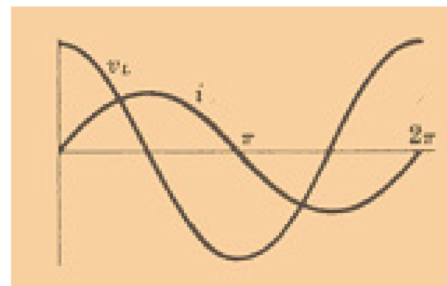


a) DIAGRAMA FASORIAL

b) GRAFICA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

SEÑALES DESFASADAS:



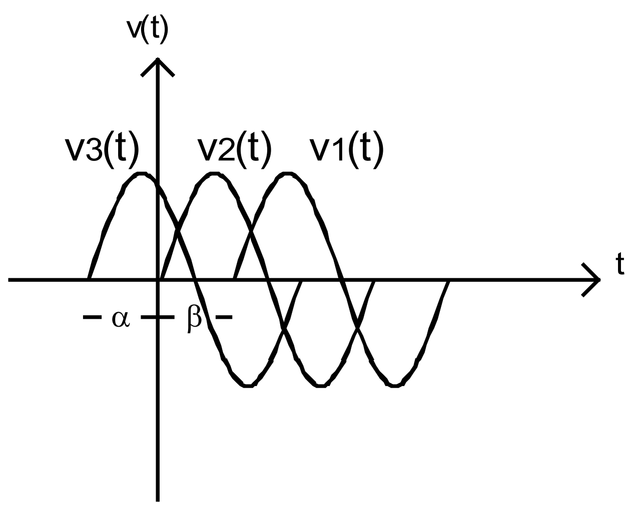


c) DIAGRAMA FASORIAL

d) GRAFICA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

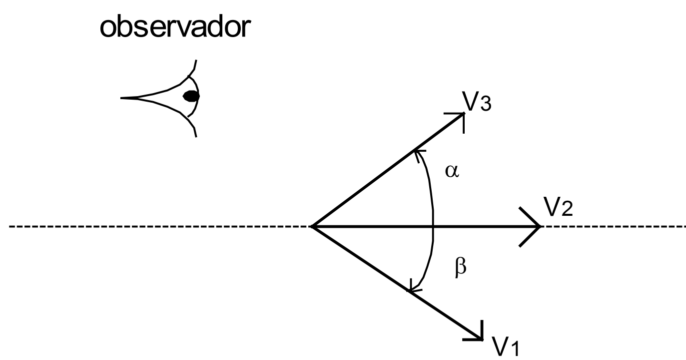
CONDICION DE ATRASO O ADELANTO DE UNA SEÑAL RESPECTO A OTRA

Cuando existe un desfasaje entre dos señales, entonces es posible establecer la condición de ***adelanto o de atraso de una señal con respecto a la otra.*** Esto se puede apreciar claramente en la grafica que se muestra a continuación, donde se muestran tres señales de voltaje ($v_1(t)$, $v_2(t)$ y $v_3(t)$) desfasadas.



En la gráfica se pueden observar las siguientes condiciones:
a) La señal v_3 (t) está adelantada (pues parte antes) con respecto a las señales v_2 (t) y v_1 (t).
b) La señal v_2 (t) está atrasada (parte depués) con respecto a la señal v_3 (t) y adelantada con respecto a la señal v_1 (t).
c) La señal v_1 (t) está atrasada con respecto a las señales v_2 (t) y v_3 (t).

En un diagrama fasorial de las señales anteriores también se pueden apreciar las condiciones antes descritas, como se indica a continuación.

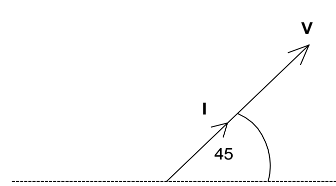


Como los fasores son vectores que rotan en sentido antihorario un observador colocado como indica el dibujo, "verá pasar" primero al fasor $\mathbf{V_3}$, luego al $\mathbf{V_2}$ y finalmente al fasor $\mathbf{V_1}$, lo que confirma las condiciones de adelanto o atraso indicadas anteriormente.

Ejemplo-1:
En un circuito el voltaje y la corriente totales son:

$$\mathbf{V} = 220 \angle 45° \text{ [v]} \quad \text{y} \quad \mathbf{I} = 2 \angle 45° \text{ [A]}$$

El diagrama fasorial es el siguiente:

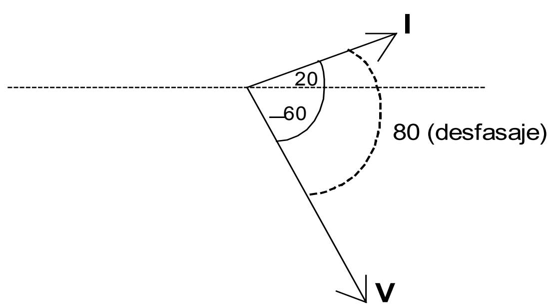


En el diagrama fasorial anterior se puede apreciar que las dos magnitudes están en fase, en consecuencia el desfasaje entre ambas es cero.

Ejemplo-2:
En un circuito el voltaje y la corriente totales son:

$$v(t) = 220 \text{ sen } (377\, t - 60°) \; [\,v\,] \quad e \quad I(t) = 12 \text{ sen } (377\, t + 20) \; [\,A\,]$$

El diagrama fasorial es el siguiente:



En el diagrama fasorial anterior se puede apreciar que las magnitudes están desfasadas y el ángulo de desfasaje entre ellas es de 80°. Se puede observar también que la corriente está adelantada con respecto al voltaje en un ángulo de 80° o que el voltaje está atrasado en 80° con respecto a la corriente.

Ejemplo-3:
Sean las siguientes señales de voltaje y corriente en un circuito:

$$v(t) = 120 \text{ sen } (25\, t) \quad e \quad i(t) = 4 \cos (25\, t)$$

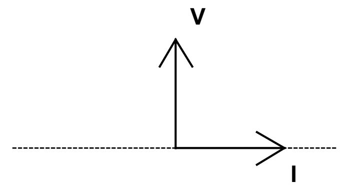
A simple vista pareciera que estas dos señales están en fase, pero no es así, ya que una está representada por un seno y la otra por un coseno y entre ambas funciones matemáticas existe un desfasaje natural de 90°. Antes de expresarlas como fasores las señales deben estar expresadas por la misma función matemática, ya sea seno o coseno. Vamos a expresar la señal de voltaje en función de un coseno usando la siguiente relación trigonométrica:

$$\text{sen } \alpha = \cos (\alpha + 90°)$$

Entonces la señal de voltaje queda: $v(t)= 120 \cos (25\, t + 90°)$
Ahora se expresan ambas señales como fasores:

$$\mathbf{V} = 120 \angle 90° \quad e \quad \mathbf{I} = 4 \angle 0°$$

Y el diagrama fasorial es el siguiente:



En este caso el voltaje adelanta en 90° a la corriente.

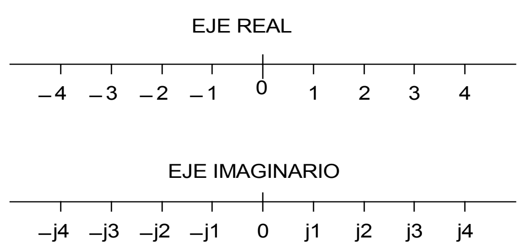
ALGEBRA COMPLEJA

El álgebra compleja es una herramienta relativamente sencilla y muy útil para analizar circuitos eléctricos en estado estacionario. Esta álgebra simplifica la operación matemática de las cantidades sinusoidales.

El álgebra compleja está relacionada con los números complejos, los que a su vez involucran a los números reales e imaginarios.

Los números reales pueden ser ya familiares sin embargo los número imaginarios probablemente no lo son. Estos números son por ejemplo: $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-4}$, $\sqrt{-9}$, etc.

Se define la unidad imaginaria $j = \sqrt{-1}$ y los números imaginarios se escriben usando esta notación: $\sqrt{-1} = j$, $\sqrt{-2} = j\sqrt{2}$, $\sqrt{-4} = j\,2$, $\sqrt{-9} = j\,3$, etc. Por lo tanto se puede definir un eje imaginario, sobre el cual se ubiquen los números imaginarios, así como se define un eje real donde se ubican los números reales.

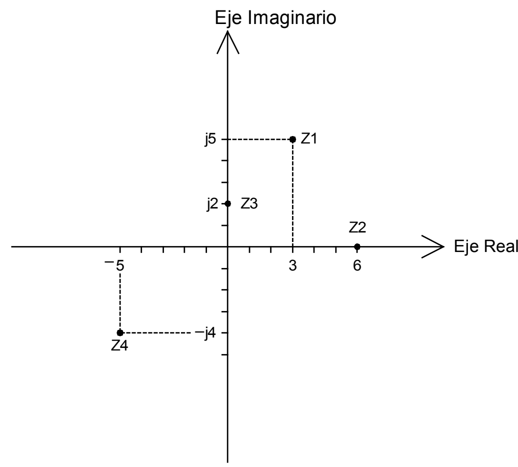


La elección de la palabra imaginario resulta ser muy desafortunada ya que los números imaginarios tienen tanta existencia física como los números reales, como veremos en el análisis de circuitos eléctricos.

Un número complejo tiene la forma: $\mathbf{z = a + jb}$. La primera componente, **a**, se llama parte real, y la segunda componente, **jb**, se llama parte imaginaria. Si la parte real es cero entonces se dice que el número complejo es imaginario puro y si la parte imaginaria es cero se dice que el número es real puro.

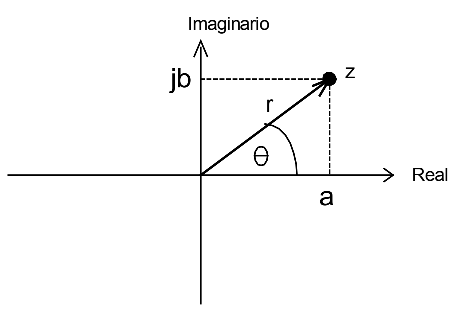
Un número complejo puede ser representado en un plano de dos dimensiones, denominado ***plano complejo***, en cuyo eje horizontal se ubican los números reales y en el eje vertical los números imaginarios. A continuación se representan en el plano complejo diferentes números complejos:

$\mathbf{z_1} = 3 + j5$
$\mathbf{z_2} = 6$
$\mathbf{z_3} = j2$
$\mathbf{z_4} = -5 - j4$



DISTINTAS FORMAS DE EXPRESAR UN NUMERO COMPLEJO

Sea el siguiente número complejo z = a + jb y su representación en un plano complejo:



El número es un punto en el plano complejo y puede ser definido un vector del origen al punto. Este vector forma un ángulo θ con el eje real. Es decir, la representación de un número complejo en el plano complejo puede ser interpretado como un vector.
Existen varias formas de expresar este número complejo (vector) sin embargo usaremos solo dos de estas formas: la forma polar y la forma rectangular.

Forma Polar:

$$\mathbf{z} = r \angle \theta$$

Donde: r = módulo del vector
θ = ángulo del vector en grados o radianes

Forma Rectangular:

$$\mathbf{z} = a + jb$$

Donde: a = coordenada real del vector (componente real del número)
jb = coordenada imaginaria del vector (componente imaginaria del número)

La relación entre la forma polar y la forma rectangular puede obtenerse de la geometría del triángulo rectángulo formado:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \text{arc tang}\ (b/a)$$

$$a = r \cos \theta$$

$$b = r \operatorname{sen} \theta$$

SUMA Y RESTA DE NUMEROS COMPLEJOS

Para sumar o restar números complejos es necesario usar la forma rectangular.
Sean dos números complejos z_1 y z_2 definidos como sigue:

$$\mathbf{z_1} = a + jb \qquad y \qquad \mathbf{z_2} = x + jy$$

Entonces:

$$\mathbf{z_1} \pm \mathbf{z_2} = (a + jb) \pm (x + jy) = (a \pm x) + j (b \pm y)$$

Ejemplo:
Sean: $\mathbf{z_1} = 8 + j3$ y $\mathbf{z_2} = 3 - j6$

Suma:

$$\mathbf{z_1} + \mathbf{z_2} = (8 + 3) + j(3 + (-6)) = 11 - j3$$

Resta:

$$\mathbf{z_1} - \mathbf{z_2} = (8 - 3) + j(3 - (-6)) = 5 + j9$$

MULTIPLICACION Y DIVISION DE NUMEROS COMPLEJOS

Para multiplicar o dividir números complejos en conveniente usar la forma polar.
Sean dos números complejos z_1 y z_2 definidos como sigue:

$$\mathbf{z_1} = r \angle\theta \quad \text{y} \quad \mathbf{z_2} = s \angle\phi$$

Entonces:

$$\mathbf{z_1} \bullet \mathbf{z_2} = (r \angle\theta) \bullet (s \angle\phi) = (r \bullet s) \angle(\theta + \phi)$$
$$\mathbf{z_1} \div \mathbf{z_2} = (r \angle\theta) \div (s \angle\phi) = (r \div s) \angle(\theta - \phi)$$

Ejemplo:
Sean: $\mathbf{z_1} = 20 \angle 30°$ y $\mathbf{z_2} = 10 \angle -10°$

Multiplicación:

$$\mathbf{z_1} \bullet \mathbf{z_2} = (20 \angle 30°) \bullet (10 \angle -10°) = 20 \bullet 10 \angle(30° + (-10°)) = 200 \angle 20°$$

División:

$$\mathbf{z_1} \div \mathbf{z_2} = (20 \angle 30°) \div (10 \angle -10°) = 20 \div 10 \angle(30° - (-10°)) = 2 \angle 40°$$

CIRCUITOS ELECTRICOS Y EL ALGEBRA COMPLEJA

Como hemos visto, las variables eléctricas, voltaje y corriente, son funciones sinusoidales en el dominio del tiempo cuyas proyecciones seno y coseno, pueden expresarse en el dominio de la frecuencia angular ω como fasores. Desde el punto de vista del cálculo matemático, un fasor (vector rotatorio "congelado en el tiempo") puede ser visto como un número complejo, y por lo tanto se puede representar en forma polar y rectangular. Por lo tanto el análisis de circuitos necesariamente involucra el uso del álgebra compleja.

En las unidades que siguen se estudiarán los circuitos eléctricos formados por diferentes elementos como resistencias, bobinas y condensadores y se deducirán las relaciones matemáticas que permitan el cálculo de las distintas variables del circuito como voltajes, corrientes y potencias, todas ellas en el contexto del álgebra compleja.